

Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC
Centro Sócio-Econômico - CSE
Departamento de Economia e Relações Internacionais - CNM

CRISTINA TESSARI

SELEÇÃO DE CARTEIRAS COM MODELOS FATORIAIS HETEROCEDÁSTICOS:
Aplicação para Fundos de Fundos Multimercados

FLORIANÓPOLIS
2013

CRISTINA TESSARI

SELEÇÃO DE CARTEIRAS COM MODELOS FATORIAIS HETEROCEDÁSTICOS:

Aplicação para Fundos de Fundos Multimercados

Monografia submetida ao curso de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito obrigatório para a obtenção do grau de Bacharelado.

Orientador: André Alves Portela Santos

FLORIANÓPOLIS

2013

CRISTINA TESSARI

**SELEÇÃO DE CARTEIRAS COM MODELOS FATORIAIS HETEROCEDÁSTICOS:
Aplicação para Fundos de Fundos Multimercados**

A Banca Examinadora resolveu atribuir a nota 10,0 à aluna Cristina Tessari na disciplina CNM 7107 – Monografia, pela apresentação deste trabalho.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. André Alves Portela Santos
Orientador

Prof. Dr. Guilherme Valle Moura
Membro da Banca

Prof. Dr. Roberto Meurer
Membro da Banca

AGRADECIMENTOS

Eu gostaria de expressar a minha sincera gratidão aos meus pais, Celso e Aidi, por sempre terem acreditado na minha capacidade, enquanto muitos outros duvidaram, por terem me dado plena liberdade para fazer as minhas escolhas, mesmo sem entender muitas delas, e por nunca terem interferido nas minhas decisões, mesmo que isso significasse me ver morando em outra cidade ou país. Não os vejo tanto quanto gostaria, mas devo a vocês tudo que sou hoje.

Eu gostaria de agradecer também ao meu orientador, Prof. André Portela, por todas as oportunidades que me ofereceu, pelos inúmeros conselhos quando eu estava indecisa sobre qual rumo tomar na vida acadêmica, pela sua sempre prontidão em me atender e pelas inestimáveis contribuições a este trabalho. Obrigada por encorajar minha pesquisa e por me permitir crescer como profissional.

Aos demais professores do Departamento de Economia, Prof. Jaylson J. da Silveira, Prof. Sérgio da Silva, Prof. Maurício S. Nunes, Prof. Guilherme V. Moura, Prof. Roberto Meurer e todos os outros que de alguma forma contribuíram para a minha formação. Com vocês eu tive a certeza de que escolhi o curso certo e é em vocês que eu me inspiro para continuar estudando.

À minha irmã, Juliana, e ao Fernando, pelo amor, amizade, companheirismo, paciência e apoio em todos os momentos.

*“It has been more profitable for us
to bind together in the wrong direction
than to be alone in the right one.”*

(Nassim Nicholas Taleb)

RESUMO

A teoria moderna do portfólio é baseada na noção de que a diversificação de uma carteira de investimento gera portfólios com uma melhor relação entre risco e retorno. Ultimamente, gestores vêm tentando ampliar a diversificação de suas carteiras através do investimento em cotas de diferentes fundos de investimento que, por sua vez, já contém portfólios diversificados. Com isso, vem crescendo o interesse acadêmico e de participantes do mercado na seleção de carteiras formadas por fundos de investimento. Neste trabalho, a aplicabilidade e o desempenho fora da amostra de estratégias quantitativas de otimização para a construção de carteiras de fundos será analisada. O desempenho destas carteiras de fundos otimizadas será comparada ao desempenho do portfólio ingênuo igualmente ponderado, a carteira teórica do índice Ibovespa e ao Índice de Mercado de Renda Fixa, IRF-M. Para a obtenção de portfólios ótimos, restritos para venda a descoberto, formula-se um problema de otimização de portfólios compostos por 388 fundos de investimento multimercado brasileiros ao longo de cinco anos. Para a modelagem da matriz de covariâncias dos retornos destes 388 fundos é empregado um modelo fatorial heterocedástico parcimonioso. Tomando como base diferentes frequências de rebalanceamento dos pesos, as medidas de desempenho fora da amostra indicam que as estratégias quantitativas de otimização proporcionam resultados superiores em termos de volatilidade, desempenho ajustado ao risco e *turnover* ao longo do tempo.

Palavras-chave: GARCH multivariado, correlação condicional dinâmica – DCC, fundo de fundos, otimização de carteiras.

ABSTRACT

The modern portfolio theory is based on the idea that diversification of a portfolio results in a better relationship between risk and return. Recently, managers have tried to extend the diversification of their portfolios by investing in fund of funds that, in turn, already contains diversified portfolios. With that comes growing academic interest and market participants in the selection of portfolios formed by investment funds. In this paper, the applicability and performance out of sample of quantitative portfolio optimization strategies to build portfolios of funds will be analyzed. The performance of these portfolios of investment funds will be compared with the performance of the naive equally weighted portfolio, the Ibovespa index and the fixed income index, IRF-M. To obtain optimal portfolios, restricted to short selling, we determine an optimization problem of portfolios composed of 388 Brazilian hedge funds over five years. For modeling of the covariance matrix of returns of 388 funds is used a heteroscedastic factorial parsimonious model. Considering different frequencies for portfolios rebalancing, the measures of performance out of the sample show that the optimal portfolios exhibit superior results in terms of volatility, risk-adjusted performance and turnover over time.

Keywords: multivariate GARCH, dynamic conditional correlation (DCC), fund of funds, portfolio optimization.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Retornos acumulados em excesso ao CDI utilizando frequência de rebalanceamento diária.	30
Figura 2 Retornos acumulados em excesso ao CDI utilizando frequência de rebalanceamento semanal.	30
Figura 3 Retornos acumulados em excesso ao CDI utilizando frequência de rebalanceamento mensal.	31
Figura 4 Pesos dos ativos da carteira variando ao longo do tempo considerando a frequência de rebalanceamento diária.	32
Figura 5 Pesos dos ativos da carteira variando ao longo do tempo considerando a frequência de rebalanceamento semanal.	32
Figura 6 Pesos dos ativos da carteira variando ao longo do tempo considerando a frequência de rebalanceamento mensal.	33

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 Média e desvio-padrão dos coeficientes estimados dos fatores para os fundos de investimento multimercado.	19
Tabela 2 Características dos Fundos.....	24
Tabela 3 Desempenho fora da amostra para diferentes estratégias de otimização utilizando uma matriz de covariância obtida com um modelo GARCH multivariado fatorial.....	28

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	3
2 REFERENCIAL TEÓRICO	5
2.1 INTRODUÇÃO À INDÚSTRIA DE FUNDOS	5
2.1.1 A História da Indústria de Fundos	6
2.1.2 Classificação dos Fundos de Investimento	8
2.1.3 A Indústria de Fundos Multimercados no Brasil	9
2.2 OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIOS	11
2.2.1 Portfólio de Média-Variância	12
2.2.2 Portfólio de Mínima-Variância	13
2.2.3 Portfólio Igualmente Ponderado	14
2.3 ESTIMAÇÃO DA MATRIZ DE COVARIÂNCIAS	14
3.3.1 Especificações GARCH fatoriais multivariadas	15
3.3.2 Modelagem multivariada da volatilidade com base em um modelo fatorial	18
3.3.3 Matriz de Correlação Condicional Dinâmica	20
3 METODOLOGIA	23
3.1 DADOS E DETALHES DA IMPLEMENTAÇÃO	23
3.2 MEDIDAS DE DESEMPENHO	25
4 RESULTADOS	27
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	34
REFERÊNCIAS	35
APÊNDICE	38

1 INTRODUÇÃO

Parece razoável imaginar que os investidores sempre preferiram elevar sua riqueza, minimizando os riscos associados a qualquer potencial de ganho. No entanto, o estudo científico e o desenvolvimento de algoritmos de otimização de carteiras de investimento pode ser considerado relativamente recente, se tomarmos como marco inicial a publicação do artigo *Portfolio Selection*, de Harry Markowitz (1952), que deu origem ao que hoje é popularmente conhecido como Teoria Moderna do Portfólio e análise média-variância.

Este modelo revolucionou a teoria de finanças ao mudar o foco da análise de investimentos da seleção de ativos individuais em direção à diversificação, colocando pela primeira vez em bases sólidas e matemáticas a relação entre risco e retorno. No entanto, apesar de sua grande influência teórica, quase seis décadas após a publicação do artigo seminal de Markowitz, ainda existe certa relutância entre gestores de recursos em adotar a estratégia quantitativa de otimização baseada no *trade-off* risco-retorno. Uma das razões é que a implementação destas estratégias na prática esbarra na dificuldade de se obter estimativas acuradas dos retornos esperados dos ativos e da matriz de covariâncias desses retornos. Tais estimativas amostrais são usualmente obtidas via máxima verossimilhança (MV), pressupondo a validade da distribuição normal multivariada para um conjunto de ativos independentes e identicamente distribuídos (*i.i.d.*). No entanto, conforme argumentam DeMiguel&Nogales (2009), embora as estimativas de MV sejam muito eficientes para a distribuição normal assumida, seu desempenho é altamente sensível a desvios da distribuição amostral da normalidade. Considerando-se as amplas evidências empíricas presentes na literatura financeira, que mostram que os retornos históricos de ativos financeiros não são normalmente distribuídos, é de se esperar que as estimativas amostrais estejam sujeitas a erros de estimação, os quais podem tornar os pesos da carteira extremamente instáveis ao longo do tempo.

Em razão disso, a introdução de novos métodos para a obtenção de estimadores mais precisos para a solução de problemas de otimização tem sido um dos principais tópicos abordados em finanças nas últimas quatro décadas. Tendo o suporte do avanço da capacidade de processamento dos computadores, uma vez que o problema da otimização de portfólios nem sempre possui solução analítica, sendo necessário o uso de algoritmos numéricos para gerar resultados de maneira viável, o grande desafio na área de otimização de portfólios passou a ser o de adaptar os modelos de otimização já existentes, de modo a torná-los cada vez mais próximos da realidade enfrentada pelos gestores de recursos. Ao mesmo tempo, em virtude da

importância da indústria de fundos para a economia brasileira e de seu crescimento expressivo nas últimas duas décadas, tanto no que diz respeito ao valor do patrimônio líquido administrado, quanto em relação à quantidade de fundos disponíveis no mercado, torna-se necessário considerar a construção de portfólios ótimos compostos por fundos de investimento como uma alternativa para a aplicação de recursos no mercado financeiro, sendo este tema ainda pouco explorado na literatura financeira recente.

Para implementar as estratégias quantitativas de otimização em portfólios compostos por fundos de investimento, é necessário estimar médias e covariâncias amostrais dos retornos destes fundos e, em seguida, introduzir esses estimadores em uma solução analítica ou numérica para o problema de otimização do investidor. Considerando que médias e covariâncias são estimadores amostrais, pode-se esperar que o erro de estimação afete a qualidade desses estimadores, pois quanto maior o erro de estimação contido nesse estimador, maior será o erro de estimação contido na composição ótima do portfólio e, portanto, pior será a sua performance (BEST; GRAUER, 1991). Neste contexto, emerge também a necessidade de se utilizar medidas alternativas de risco, de modo a minimizar o erro de estimação e viabilizar a implementação prática das estratégias quantitativas de otimização.

Desta forma, mediante o conhecimento da indústria de fundos brasileira, das técnicas de gestão ativa de riscos empregadas pelos gestores de recursos e tendo também à disposição instrumentos computacionais que permitem a estimação dos retornos esperados e da matriz de variâncias e covariâncias dos retornos dos fundos de investimento selecionados, este trabalho tem por objetivo gerar uma política de seleção e otimização de portfólios para Fundos de Fundos, que são fundos que investem principalmente em unidades de participação de outros fundos (CVM, 2012), que apresente baixo custo de implementação e um desempenho ajustado ao risco adequado ao contexto dos diferentes mercados.

À medida em que o objetivo principal de todo investidor, ao alocar sua riqueza em ativos de risco em um contexto marcado pela incerteza, é maximizar o retorno de sua carteira, esta linha de pesquisa possui grande relevância prática e teórica, em virtude do número reduzido de estudos envolvendo a avaliação de métodos de otimização de carteiras compostas por fundos de investimento brasileiros, mais voláteis e com características distintas dos mercados de economias desenvolvidas, e da utilização de uma matriz de covariâncias condicional obtida com uma nova classe de modelos multivariados do tipo GARCH que, ao contrário do estimador de covariâncias amostral do modelo tradicional de Markowitz (1952), conseguem capturar a mudança temporal na volatilidade dos ativos.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 INTRODUÇÃO À INDÚSTRIA DE FUNDOS

A abertura da economia brasileira nos anos 1990 e a estabilidade monetária alcançada após o Plano Real foram as grandes propulsoras da indústria de fundos de investimento nestas duas últimas décadas, porque proporcionaram novas perspectivas de investimento para os brasileiros. A indústria de fundos vem apresentando um crescimento expressivo, tanto no que diz respeito ao valor do patrimônio líquido administrado, quanto em relação à quantidade de fundos oferecidos no mercado, representando hoje um instrumento de poupança importante à disposição de parcela significativa da população. Essa forma de aplicação financeira permite que o investidor (pessoa física ou jurídica) aplique seus recursos em uma carteira de ativos financeiros constituída sob a forma de um condomínio fechado com a comunhão de recursos de diversos investidores e que será administrada por profissionais do mercado financeiro. Neste caso, cada investidor adquire certa quantidade de cotas¹, que representarão o patrimônio do fundo de investimento, com o objetivo de obter ganhos financeiros (ANBIMA, 2012).

Por meio dos fundos de investimento, investidores de perfil similar em termos de objetivos, estratégias de investimento e grau de tolerância ao risco, concentram seus recursos para ter acesso a melhores condições de mercado e diluir custos de administração, pois podem diversificar seus recursos com um único investimento, sem precisar acompanhar o mercado financeiro diariamente. Os fundos de investimento também colocam pequenos investidores em igualdade de condições com grandes investidores, à medida em que permitem que os primeiros tenham acesso a modalidades de investimento que, pelo volume de recursos envolvidos, não estariam ao alcance de investidores individuais.

O expressivo crescimento da indústria de fundos permitiu o desenvolvimento e a oferta cada vez maior de fundos com estratégias mais específicas, visando atender aos diversos perfis de risco e retorno dos investidores. Nas últimas duas décadas, o montante de recursos administrados pelos fundos de investimento no Brasil passou de menos de R\$100 bilhões no

¹ Uma cota é uma fração de um fundo. O patrimônio de um fundo de investimento é a soma de cotas que foram compradas pelos diferentes investidores. O valor da cota é resultante da divisão do patrimônio líquido do fundo pelo número de cotas existentes. Quando o investidor aplica seu dinheiro no fundo, está comprando uma determinada quantidade de cotas, cujo valor é diariamente apurado. As instituições informam o valor das cotas dos fundos nos principais jornais ou na internet (ANBIMA, 2012).

início dos anos 1990, para aproximadamente R\$1,88 trilhões em abril de 2012, conforme dados da ANBIMA (2012), enquanto o número de fundos passou de aproximadamente 289 para algo em torno de 11.824 nos dias atuais. Neste contexto, é cada vez maior a necessidade, por parte dos potenciais investidores, de informações detalhadas a respeito dos fundos e de suas estratégias de seleção e otimização de carteiras, para que estes possam alocar seus recursos eficientemente, obtendo ganhos financeiros.

2.1.1 A História da Indústria de Fundos

Os fundos de investimento capturaram a atenção do público no final dos anos 1980. No entanto, enquanto a popularidade dos fundos é relativamente recente, a ideia de reunir os ativos para fins de investimento vem de longo tempo.

Segundo Rouwenhorst (2004), a fundação do *Foreign and Colonial Government Trust* em 1868 marca o início dos fundos mútuos em países anglo-saxões. Este fundo tinha como objetivo investir em títulos de governos estrangeiros e coloniais, visando prover aos pequenos investidores as mesmas vantagens dos grandes capitalistas, diversificando seus investimentos em torno de um amplo número de diferentes ações. Contudo, nesta época os fundos de investimento provavelmente já existiam na Holanda há mais de um século.

Historiadores têm dúvidas quanto à origem dos fundos mútuos. Alguns citam as empresas de investimento fechadas lançadas na Holanda em 1822 pelo rei William I como um dos primeiros fundos mútuos de investimento, enquanto outros, como Rouwenhorst (2004), apontam para um comerciante e corretor holandês chamado Abraham van Ketwich, cujo fundo criado em 1774, logo após uma crise financeira em 1772-1773, aparentemente como uma forma de prover diversificação para pequenos investidores com limitações de capital, pode ter dado a ideia ao rei. A diversificação de risco do fundo de Ketwich, chamado *Eendragt Maakt Magt*, cujo nome traduz “unidade cria força”, seria obtida investindo-se em títulos emitidos por bancos e governos da Áustria, Dinamarca, Alemanha, Espanha, Suíça, Rússia e através de empréstimos para plantações na América Latina.

Ao longo do século XVIII, os fundos mútuos emergiram gradualmente à medida em que os comerciantes e corretores aprenderam a como expandir o leque de oportunidades de

investimento para o público em geral. Essa ampliação do mercado de capitais holandês levou a introdução dos precursores dos atuais fundos mútuos fechados e *depository receipts*².

Durante a década de 1890, os fundos de investimento foram introduzidos nos Estados Unidos. A maioria destes fundos, assim como o *Eendragt Maakt Magt*, era fechado, emitindo um número fixo de cotas e focando no investimento em ações. A emissão de novas cotas, ou recompra, não eram impedidas, mas não eram frequentes, e o preço de emissão ou recompra não era necessariamente proporcional ao valor intrínseco da carteira subjacente.

A criação do *Massachusetts Investors Trust*, nos Estados Unidos, anunciava a chegada do moderno fundo mútuo em 1924, com uma capitalização aberta e permitindo a emissão contínua e o resgate de cotas a um preço proporcional ao valor da carteira de investimento subjacente. A partir de então, a capitalização aberta se tornou o modelo dominante para a organização de fundos mútuos, contribuindo para o seu sucesso atual (ROUWENHORST, 2004).

No Brasil, de acordo com Alves Júnior (2003), diferentemente dos Estados Unidos, o surgimento dos fundos de investimento foi fruto direto da política econômica, tendo seu desenvolvimento inicial sido associado à iniciativa regulatória. O primeiro fundo de investimento fechado, Valéria Primeira, do grupo Deltec, iniciou suas operações em 1952. Já o primeiro fundo aberto, o Fundo Brasil, entrou em atividade pouco depois, em 1954, e em 1957 foi estabelecido o fundo Crescinco, que tinha como objetivo financiar projetos para o crescimento do país no governo de Juscelino Kubitschek.

O mercado financeiro brasileiro, até então muito incipiente, recebeu um grande impulso e começou a mudar em 1964, com a Lei da Reforma Bancária, através da qual se criaram instituições como o Conselho Monetário Nacional (CMN) e o Banco Central. Nos anos 70, surgiram novas regras para estruturar o mercado financeiro nacional, destacando-se a legislação sobre fundos mútuos de investimento. Tanto a reforma de 1964, quanto as inúmeras resoluções e decretos que se seguiram, visavam a constituição de um sistema financeiro capaz de ampliar a oferta privada de recursos financeiros a longo prazo, apoiado em operações de crédito e no mercado de capitais, visando construir mecanismos alternativos de financiamento de longo

² *Depository receipts* são títulos emitidos por bancos e negociados em bolsas de valores locais com base em lastro de ações de empresas estrangeiras. Quando o banco depositário é dos Estados Unidos, esses títulos são conhecidos como *American Depository Receipts* (ADRs). Os bancos europeus emitem *European Depositary Receipts* e outros bancos emitem *Global Depository Receipts* (GDRs) (CVM, 2012).

prazo que não fossem de origem estatal, substituindo assim o financiamento pela via dos déficits orçamentários e da expansão monetária (ALVES JÚNIOR, 2003).

Em todos esses momentos, a base da indústria de fundos no Brasil sempre foi o mercado de ações, pois foi através da compra de ações de empresas por meio de fundos de investimento que os brasileiros contribuíram para o financiamento do desenvolvimento nacional. Desde os anos 1970, quando a indústria de fundos se aproveitou da expansão das bolsas de valores no período do Milagre Econômico, esta sofreu inúmeras transformações, apresentando um crescimento estrondoso, e hoje ultrapassa formas mais populares de poupança financeira.

2.1.2 Classificação dos Fundos de Investimento

De acordo com a ANBIMA (2012), no que se refere à estrutura, os fundos de investimento podem ser classificados em dois tipos: (i) Fundos de Investimento (FIs) e (ii) Fundos de Investimento em Cotas de Fundos de Investimento (FICFIs). Os FIs aplicam seu patrimônio diretamente em títulos e valores mobiliários ou em qualquer outro ativo disponível no mercado, exigindo que o gestor negocie diretamente no mercado, vendendo ou comprando ativos a cada movimentação de aplicação e resgate dos cotistas. Geralmente, os FIs concentram grandes investidores, como fundos de pensão, bancos e outros fundos de investimento. Já os FICFIs, compram cotas de um ou mais fundos, sendo este o tipo de fundo em que a maioria dos investidores aplica seus recursos. Diferentemente dos FIs, os FICFIs devem ter no mínimo 95% do seu patrimônio alocado em cotas de outros fundos de investimento de uma mesma classe e que, portanto, estejam de acordo com sua política de investimento. A exceção fica por conta dos fundos de investimento em cotas da classe "multimercado", que podem alocar seus recursos em fundos de classes distintas.

No Brasil, a Comissão de Valores Mobiliários (CVM) é o órgão responsável pela regulação e fiscalização dos fundos de investimento. Para que fosse possível comparar os investimentos de forma mais homogênea, a CVM dividiu os fundos da indústria em oito grandes classes, tomando como base a composição de suas carteiras. Conforme a Instrução CVM nº. 409, de 18/08/2004³, os fundos de investimento são classificados nas seguintes categorias: (1)

³ Disponível em: < <http://www.cvm.gov.br/asp/cvmwww/atos/exiatio.asp?file=\inst\inst409consolid.htm> >

Fundo de Curto Prazo; (2) Fundo Referenciado; (3) Fundo de Renda Fixa; (4) Fundo de Ações; (5) Fundo Cambial; (7) Fundo de Dívida Externa; e (8) Fundo Multimercado.

2.1.3 A Indústria de Fundos Multimercados no Brasil

Os primeiros fundos de investimento multimercados surgem no Brasil a partir da metade da década de 1990, e desde então vem apresentando um crescimento significativo. Segundo dados da ANBIMA (2012), em abril de 2012, o volume administrado por estes fundos era de aproximadamente R\$428 bilhões, o que representa 20,46% do total da indústria brasileira, composta por 11.824 fundos de investimento, dentro dos quais 5.848 (49,46%) são classificados na categoria Multimercado da ANBIMA.

O crescimento da indústria de fundos aumenta as possibilidades de aplicação para investidores, mas, ao mesmo tempo, torna a decisão de investimento mais complexa, principalmente no caso de fundos multimercados. Segundo as instruções normativas da CVM (2012), os fundos multimercados devem possuir políticas de investimento que envolvam vários fatores de risco, sem o compromisso de concentração em nenhum fator especial ou em fatores diferentes das demais classes de fundos, podendo utilizar derivativos, tanto para alavancagem, quanto para proteção da carteira, gerando assim possibilidades de perda superior ao patrimônio do fundo. Desta forma, os fundos multimercados são os que possuem maior liberdade de gestão, mas também apresentam maior risco, na medida em que seguem diversas estratégias de aplicação de recursos e não existe nenhum *benchmark* amplamente aceito ao qual possam ser comparados.

Com o objetivo de estabelecer princípios e normas que fossem além das exigidas pela CVM, a ANBID⁴ criou, no ano 2000, o Código de Auto Regulação dos Fundos de Investimento⁵ (2012), com o objetivo de estabelecer parâmetros pelos quais as atividades das instituições participantes devem se orientar, relacionadas à constituição e ao funcionamento dos fundos de investimento. Dentre outras exigências, o código define que os fundos devem obrigatoriamente

⁴ Por decisão soberana de seus associados, em assembleia realizada no dia 21/10/2009, a ANBID integrou suas atividades às da Associação Nacional das Instituições do Mercado Financeiro (ANDIMA), passando ambas a constituir a Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (ANBIMA).

⁵ Disponível em: <<http://portal.anbima.com.br/fundos-de-investimento/regulacao/codigo-de-fundos-de-investimento/Documents/Codigo%20de%20Fundos%20de%20Investimento.pdf>>.

possuir, além da classificação CVM, a classificação ANBIMA, que apresenta um número maior de categorias e leva em consideração não somente a política de investimentos do fundo, mas também os fatores de risco, visando diminuir a classificação de fundos com políticas distintas dentro de uma mesma classe.

Os fundos classificados como Multimercados pela CVM foram classificados pela ANBIMA em 10 classes distintas, descritas a seguir:

- (a) *Multimercados Macro*: Fundos que realizam operações em diversas classes de ativos (renda fixa, renda variável, câmbio etc.), definindo as estratégias de investimento baseadas em cenários macroeconômicos de médio e longo prazos, atuando de forma direcional. Admitem alavancagem.
- (b) *Multimercados Trading*: Fundos que concentram as estratégias de investimento em diferentes mercados ou classes de ativos, explorando oportunidades de ganhos originados por movimentos de curto prazo nos preços dos ativos. Admitem alavancagem.
- (c) *Multimercados Multiestratégia*: Fundos que podem adotar mais de uma estratégia de investimento, sem o compromisso declarado de se dedicarem a uma em particular. Admitem alavancagem.
- (d) *Multimercados Multigestor*: Fundos que têm por objetivo investir em mais de um fundo, geridos por gestores distintos. A principal competência envolvida consiste no processo de seleção de gestores. Admitem alavancagem.
- (e) *Multimercados Juros e Moedas*: Fundos que buscam retorno no longo prazo através de investimentos em ativos de renda fixa, admitindo-se estratégias que impliquem risco de juros, risco de índice de preço e risco de moeda estrangeira. Excluem-se estratégias que impliquem exposição de renda variável (ações, etc.). Admitem alavancagem.
- (f) *Multimercados Estratégia Específica*: Fundos que adotam estratégia de investimento que implique riscos específicos, tais como *commodities* e futuro de índice. Admitem alavancagem.
- (g) *Long and Short – Neutro*: Fundos que fazem operações de ativos e derivativos ligados ao mercado de renda variável, montando posições compradas e vendidas, com o objetivo de manterem a exposição neutra ao risco do mercado acionário. Os recursos remanescentes em caixa devem ficar investidos em operações permitidas ao tipo Referenciado DI. Admitem alavancagem.

- (h) *Long and Short - Direcional*: Fundos que fazem operações de ativos e derivativos ligados ao mercado de renda variável, montando posições compradas e vendidas. O resultado deve ser proveniente, preponderantemente, da diferença entre essas posições. Os recursos remanescentes em caixa devem ficar investidos em operações permitidas ao tipo Referenciado DI. Admitem alavancagem.
- (i) *Balanceados*: Fundos que buscam retorno no longo prazo através de investimento em diversas classes de ativos (renda fixa, ações, câmbio etc.). Estes fundos utilizam uma estratégia de investimento diversificada e deslocamentos táticos entre as classes de ativos ou estratégia explícita de rebalanceamento de curto prazo. Também devem ter explicitado o *mix* de ativos (percentual de cada classe de ativo) com o qual devem ser comparados (*asset allocation benchmark*). Sendo assim, estes fundos não podem ser comparados a indicador de desempenho que reflita apenas uma classe de ativos (por exemplo: 100% CDI). Não admitem alavancagem.
- (j) *Capital Protegido*: Fundos que buscam retornos em mercados de risco procurando proteger, parcial ou totalmente, o principal investido.

Apesar das classificações anteriores facilitarem a decisão dos investidores de alocação de seus recursos, é consensual na literatura de que estes modelos de classificação por si só não são satisfatórios, pois além de não refletirem a relação risco-retorno do investimento, eles se baseiam em informações fornecidas pelos próprios administradores dos fundos. Autores como Pattarin et al. (2004), sugerem que os próprios procedimentos de classificação deveriam ser baseados em retornos passados, considerando que esta é uma informação que não pode ser distorcida por longos períodos.

2.2 OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIOS

Esta seção buscará descrever brevemente dois modelos que serão utilizados nos procedimentos de otimização de carteiras de investimento compostas por fundos multimercados brasileiros, bem como o portfólio ingênuo, usado como *benchmark*. Inicialmente, apresentaremos a abordagem tradicional de Markowitz, através do modelo de otimização por média-variância, buscando-se uma alocação ótima ao longo da fronteira eficiente que minimize o risco da carteira para um dado nível de retorno esperado. A seguir, será apresentado o modelo de otimização por mínima-variância, que pode ser considerado um caso particular do modelo

de média-variância, no qual a carteira ótima resultante é a de menor volatilidade. Finalmente, estas duas estratégias serão confrontadas com uma estratégia ingênua, na qual a carteira é formada atribuindo-se pesos iguais para todos os ativos.

2.2.1 Portfólio de Média-Variância

A otimização média-variância de Markowitz é a abordagem padrão para a construção de portfólios ótimos. A suposição básica por trás desse modelo é a de que as preferências de um investidor podem ser representadas por uma função (função de utilidade) que relaciona o retorno esperado e a variância do portfólio. Desta forma, os investidores deveriam escolher o portfólio com a menor variância entre um infinito número de portfólios que proporcionassem um determinado retorno ou, de forma equivalente, para um determinado nível de aversão ao risco, deveriam escolher o portfólio que maximizasse o retorno esperado.

Para incorporar o *trade-off* ótimo entre retorno esperado e risco, considere o problema enfrentado por um investidor que deseja alocar sua riqueza entre N fundos de investimento multimercados, procurando saber que peso w_i deve dar a cada fundo de maneira a atingir o menor nível de risco para um dado nível de retorno esperado, conforme desenvolvido em Brandt (2010). A escolha do investidor está representada em um vetor $N \times 1$ de pesos, $\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_N)'$, onde cada peso w_i representa o percentual do i -ésimo fundo mantido na carteira. Supomos que o portfólio é totalmente investido, *i.e.*, $\sum_{i=1}^N w_i = 1$, e que não é permitido venda a descoberto, de modo que $w_i \geq 0$.

Considerando os N fundos de investimento multimercados com vetor de retorno aleatório \mathbf{R}_{t+1} , o retorno da carteira de t a $t+1$ é dado por $R_{p,t+1} = \sum_{i=1}^N w_{i,t} R_{i,t+1} = \mathbf{w}' \mathbf{R}$, onde $R_{p,t+1}$ está condicionado aos pesos conhecidos em t . Suponha $\mathbf{R}_t \sim N(\boldsymbol{\mu}_t, \boldsymbol{\Lambda}_t)$, com $\boldsymbol{\mu}_t = \{\mu_{1,t}, \dots, \mu_{N,t}\}$ e $\boldsymbol{\Lambda}_t = \{\sigma_{ij,t}\}$ respectivamente, média e covariância. O retorno do portfólio $R_{p,t} = \mathbf{w}'_t \mathbf{R}_t$ é normal com média $\mu_{p,t} = \mathbf{w}'_t \boldsymbol{\mu}_t$ e variância $\sigma_{p,t}^2 = \mathbf{w}'_t \boldsymbol{\Lambda}_t \mathbf{w}_t$.

Desta forma, de acordo com Markowitz, o problema do investidor é um problema de minimização restrita, no sentido de que o portfólio de média-variância é a solução do seguinte problema de otimização

$$\min_w w' \Lambda w - \frac{1}{\gamma} E[R_{p,t+1}] \quad (1)$$

sujeito a $l'w = 1$

$$w_i \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, N,$$

onde $w \in \mathfrak{R}^N$ é o vetor de pesos do portfólio, $E[R_{p,t+1}]$ é a média amostral dos retornos do portfólio, $w' \Lambda w$ é a variância amostral dos retornos, γ é o parâmetro que mede o nível relativo de aversão ao risco e $w_i \geq 0$ representa a restrição de venda a descoberto. A restrição $l'w = 1$, onde $l \in \mathfrak{R}^N$ é um vetor N -dimensional de uns, garante que a soma dos pesos do portfólio é igual a um. Para diferentes valores do parâmetro de aversão ao risco, γ , obtêm-se diferentes portfólios na fronteira eficiente. Para simplificar nossa análise, consideramos $\gamma = 1$ no problema de otimização do investidor.

Matematicamente, o problema de média-variância descrito anteriormente é um problema de otimização quadrática. No caso restrito, envolvendo restrições de desigualdade, soluções analíticas não estão disponíveis e faz-se necessário utilizar técnicas de otimização numérica (BOYD; VANDERBERGHE, 2004).

2.2.2 Portfólio de Mínima-Variância

O portfólio de mínima-variância corresponde a um caso especial do portfólio de média-variância, com parâmetro de aversão ao risco tendendo ao infinito ($\gamma \rightarrow \infty$) e pode assim ser calculado através da resolução do seguinte problema de mínima-variância:

$$\min_w w' \Lambda w \quad (2)$$

sujeito a $l'w = 1$

$$w_i \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, N.$$

Grande parte da literatura acadêmica recente tem se focado nos portfólios de mínima-variância, cuja estimação não leva em consideração o retorno esperado, sendo, portanto, menos

sensível aos erros de estimação (BEST; GRAUER, 1992; DEMIGUEL; NOGALES, 2009; CHAN; KARCENSKI; LAKONISHOK, 1999; LEDOIT; WOLF, 2003). Além disso, Jagannathan&Ma (2003) argumentam que, como os erros de estimação nas médias são muito maiores do que os erros de estimação nas covariâncias, os pesos do portfólio de mínima-variância devem ser mais estáveis do que os pesos do tradicional portfólio de média-variância. Desta forma, a introdução de uma restrição de venda a descoberto em portfólios de mínima-variância seria uma forma de induzir uma maior estabilidade dos pesos.

2.2.3 Portfólio Igualmente Ponderado

O portfólio igualmente ponderado ou portfólio ingênuo, $1/N$, como é amplamente conhecido, envolve manter uma carteira igualmente ponderada $w_i = 1/N$ em cada um dos fundos de investimento multimercados disponíveis para investimento, a cada data de rebalanceamento t .

Neste trabalho, a estratégia ingênua é usada como *benchmark* para monitoramento dos resultados pois é de fácil implementação, não depende das estimativas dos momentos dos retornos dos ativos e de técnicas de otimização, além de ainda ser amplamente utilizada como uma regra simples de alocação da riqueza entre ativos, apesar do desenvolvimento de modelos mais sofisticados e do aprimoramento dos métodos de estimação dos parâmetros desses modelos. Existem ainda fortes evidências empíricas de que portfólios ingênuos igualmente ponderados apresentam desempenho superior aos obtidos através de processos de otimização, como média-variância e mínima-variância (DEMIGUEL; GARLAPPI; UPPAL, 2009).

2.3 ESTIMAÇÃO DA MATRIZ DE COVARIÂNCIAS

A construção de um portfólio ótimo restrito composto por fundos de investimento requer uma previsão da matriz de covariância dos retornos destes fundos. De forma análoga, o cálculo do risco total de um portfólio hoje requer uma matriz das covariâncias entre todos os fundos deste portfólio. Em virtude disso, a busca por estimativas confiáveis de correlação entre

variáveis financeiras tem sido a motivação de inúmeros artigos acadêmicos e tema de encontros entre participantes do mercado financeiro.

A volatilidade e a correlação dos retornos dos ativos financeiros não são diretamente observáveis e devem ser calculadas a partir de dados amostrais. A alocação ótima de portfólio requer a resolução de um problema de otimização quadrática de média-variância de Markowitz, que é baseado em duas entradas: o retorno esperado para cada ativo (fundo), que representa a habilidade do gestor do portfólio em prever movimentos futuros dos preços, e a matriz de covariância dos retornos dos ativos (fundos), que representa o controle do risco.

A matriz de covariância amostral utilizada por Markowitz em seu artigo de 1952 utiliza retornos históricos com igual ponderação e supõe que os retornos em t e $t-1$ não devem apresentar nenhum grau de correlação, com média e desvio padrão constantes, ou seja, supõem-se retornos independentes e identicamente distribuídos (*i.i.d.*), assumindo-se, assim, que a matriz de covariância é constante ao longo do tempo. Entretanto, é amplamente conhecido na literatura que a hipótese de retornos *i.i.d.* não se verifica na prática. Em virtude disso, nos últimos anos diferentes métodos paramétricos e não-paramétricos têm sido propostos para estimar uma matriz de covariância N – dimensional, relaxando-se algumas restrições presentes na formulação inicial de Markowitz (1952). Nesta seção introduziremos uma nova forma para estimar a matriz de variâncias e covariâncias que será utilizada no processo de otimização de portfólios, empregando-se uma nova especificação do tipo GARCH multivariado, similar à empregada por Santos&Moura (2012).

3.3.1 Especificações GARCH fatoriais multivariadas

Com o aumento da importância do risco e da incerteza na teoria econômica moderna, antecipar o comportamento futuro da volatilidade tem sido um dos principais tópicos estudados em finanças, apresentando aplicações em diversas áreas, em especial na alocação de ativos em carteiras de investimento. No entanto, não há consenso entre acadêmicos e profissionais do mercado financeiro sobre a melhor forma de calcular a volatilidade, medida em termos de desvio-padrão dos retornos dos ativos. Algumas formas, como o desvio-padrão, a média móvel

simples e o EWMA (*Exponentially Weighted Moving Averages*), usado pela RiskMetrics⁶, são os mais utilizados na prática, por serem mais facilmente implementados. Tais modelos supõem que as séries de dados seguem uma distribuição normal, e que a volatilidade não varia ao longo do tempo. No entanto, existe um consenso na literatura financeira de que retornos de ativos financeiros apresentam certos fatos estilizados, como agrupamentos de volatilidade, distribuições de probabilidade com caudas “gordas”, curtose e assimetria, o que criou a necessidade de se desenvolver novos modelos que superassem essas simplificações e incorporassem tais fatos estilizados.

O primeiro modelo a apresentar uma estrutura sistemática para a modelagem da volatilidade foi o modelo ARCH de Engle (1982), que capturava a heterocedasticidade condicional dos retornos financeiros ao admitir que uma série temporal é gerada por um processo estocástico, com uma volatilidade variável no tempo. A ideia básica por trás dos modelos ARCH é a de que o termo do erro do retorno de um ativo, ε_t , é (i) dependente, mas não correlacionado serialmente, e (ii) sua dependência pode ser descrita como uma simples função quadrática de seus valores defasados, *i.e.*, a variância futura pode ser prevista utilizando-se uma média ponderada dos resíduos quadráticos passados. Especificamente, conforme Tsay (2010), um ARCH(p) assume que:

$$\varepsilon_t = \sqrt{h_t} u_t, \quad (3)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2, \quad (4)$$

onde $\{u_t\}$ é uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (*i.i.d*) com média zero e variância um. Para garantir a positividade da variância condicional, é necessário que $\alpha_0 > 0$ e $\alpha_i \geq 0$ para $i = 1, \dots, p$. Pela estrutura do modelo, observamos que elevados resíduos quadráticos passados implicam em uma maior variância condicional, h_t , para o choque ε_t . Consequentemente, ε_t tende a assumir um valor maior (em módulo), fazendo com que grandes choques tendam a ser seguidos por outro grande choque.

⁶ RiskMetrics é uma modelo de estimação da variância desenvolvido pelo Banco J.P. Morgan, tornado público em outubro de 1994.

Bollerslev (1986), por sua vez, propôs uma extensão do modelo ARCH ao incorporar a própria variância condicional passada no modelo, desenvolvendo o que ficou conhecido como ARCH generalizado, ou GARCH. Especificamente, um modelo GARCH(p, q) é dado por:

$$\varepsilon_t = \sqrt{h_t} u_t, \quad (5)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + \beta_1 h_{t-1} + \dots + \beta_q h_{t-q} = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}, \quad (6)$$

onde, novamente, $\{u_t\}$ é uma sequência de variáveis aleatórias *i.i.d.*, com média zero e variância um. A condição suficiente para que a variância condicional seja positiva, com probabilidade um, é que $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$, para $i = 1, \dots, p$, $\beta_j \geq 0$, para $j = 1, \dots, q$ e $\sum_{i=1}^{\max\{p,q\}} (\alpha_i + \beta_j) < 1$. A última restrição em $\alpha_i + \beta_j$ é suficiente para garantir a estacionariedade da variância condicional.

Desde sua introdução, o modelo GARCH tem sido generalizado e estendido em várias direções, visando aumentar sua flexibilidade em relação ao modelo original. De acordo com Tsay (2010), apesar das inúmeras vantagens, o modelo GARCH original assume que a resposta da variância a um choque qualquer é independente do sinal do choque, sendo apenas uma função de seu tamanho, *i.e.*, assume-se que choques positivos e choques negativos têm o mesmo efeito sobre a volatilidade, porque esta depende dos quadrados dos choques passados.

Black (1976) observou a existência de um “efeito alavancagem” (*leverage*) ou “efeito assimétrico”, referindo-se ao fato de que mudanças nos preços das ações tendem a ser negativamente correlacionadas com variações na volatilidade, *i.e.*, períodos de queda nos preços são frequentemente seguidos por períodos de grande volatilidade, enquanto em períodos de alta dos preços a volatilidade não é tão intensa. Desta forma, apesar do modelo GARCH capturar certas características das séries financeiras, como os agrupamentos de volatilidade, este modelo não conseguia resolver o problema da assimetria da sua distribuição, fazendo com que surgissem inúmeras extensões do modelo GARCH, visando acomodar essa assimetria na resposta.

Neste trabalho, adotaremos o modelo desenvolvido por Glosten, Jagannathan e Runkle (1993), que em um estudo para o mercado norte-americano, demonstraram que a influência exercida por eventos negativos sobre a volatilidade é superior à dos eventos positivos. Este

modelo ficou conhecido como GJR-GARCH, e pode ser representado pela especificação a seguir:

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \{\alpha_i + \delta_i I(\varepsilon_{t-i} < 0)\} \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}, \quad (7)$$

onde α_i , δ_i e β_j são parâmetros não-negativos que satisfazem as mesmas condições que o modelo GARCH descrito em (6). O termo $I(\varepsilon_{t-i} < 0)$ é uma função indicadora que assume o valor um quando o argumento é verdadeiro e zero, caso contrário. O zero foi utilizado como limiar para separar os impactos dos choques passados. Pela equação (7), observamos que um ε_{t-i} positivo contribui $\alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$ para h_t , enquanto que um ε_{t-i} negativo tem um impacto $(\alpha_i + \delta_i) \varepsilon_{t-i}^2$, que é maior do que o impacto anterior, visto que o parâmetro de alavancagem, δ_i , é positivo.

3.3.2 Modelagem multivariada da volatilidade com base em um modelo fatorial

Assumimos que cada um dos N retornos dos fundos individuais, $r_{i,t}$, em T períodos de tempo, é gerado por $K \leq N$ fatores,

$$r_{i,t} = \beta_{i,t} f_t + \varepsilon_{i,t}, \quad t = 1, \dots, T, \quad (8)$$

onde f_t é um vetor de inovações fatoriais comuns com média zero, $\varepsilon_{i,t} \sim N(0, h_{i,t})$ é o i -ésimo termo do erro, e $\beta_{i,t}$ é a i -ésima linha de uma matriz $N \times K$ de pesos dos fatores. Assumimos que os fatores são: (i) condicionalmente ortogonais aos termos do erro, $E[f_{i,t} \varepsilon_{j,t} | \mathfrak{F}_{t-1}] = 0$, $\forall i \in \{1, \dots, k\}$, $\forall j \in \{1, \dots, N\}$ e (ii) são não-mutualmente condicionalmente ortogonais, *i.e.*, $E[f_{i,t} f_{j,t} | \mathfrak{F}_{t-1}] \neq 0 \forall i \neq j$, onde \mathfrak{F}_{t-1} denota o conjunto de informações disponíveis até o tempo $t-1$. Além disso, assumimos que os termos do erro são condicionalmente ortogonais, com variâncias condicionais variantes no tempo, *i.e.*, $E[\varepsilon_{i,t} \varepsilon_{j,t} | \mathfrak{F}_{t-1}] = 0 \forall i \neq j$, e $E[\varepsilon_{i,t} \varepsilon_{j,t} | \mathfrak{F}_{t-1}] = h_{i,t} \forall i = j$.

Apesar de existirem amplas evidências na literatura financeira de que pesos dos fatores variantes no tempo levam a aperfeiçoamentos em termos de erros de preços e precisão das previsões (JOSTOVA; PHILIPPOV, 2005; ANG, CHEN, 2007; ADRIAN; FRANZONI, 2009), por simplificação, optamos por utilizar um modelo de fatores em que os pesos são mantidos fixos ao longo do tempo.

O modelo fatorial adotado neste estudo busca capturar a exposição dos fundos de investimento multimercado aos principais fatores de risco advindos dos mercados de renda fixa, variável e cambial. Nesse sentido, o modelo fatorial inclui quatro variáveis que atuam como *proxies* dos fatores relativos ao mercado de renda fixa (IRF-M 1, IRFM 1+, IMAB 5 e IMAB 5+), um fator relativo ao mercado de renda variável (Ibovespa) e um fator relativo ao mercado cambial (PTAX)⁷,

$$y_{i,t} = \beta_0 + \beta_1 IRFM1_t + \beta_2 IRFM1^+_t + \beta_3 IMAB5_t + \beta_4 IMAB5^+_t + \beta_5 IBOV_t + \beta_6 PTAX_t + \varepsilon_{i,t} \quad (9)$$

Na Tabela 1 a seguir, apresentamos a média e o desvio-padrão de cada um dos seis fatores utilizados neste estudo. Vale observar que os fundos de investimento multimercado utilizados neste estudo apresentam maior exposição ao IRF-M1 e ao IMA-B5, cujas médias são dadas por 0,16 e 0,11, respectivamente. O IFR-M1 mede o desempenho dos títulos prefixados com prazo de até um ano e o IMA-B5 representa as NTN's-B, títulos atrelados ao IPCA com até cinco anos para o vencimento. Em termos de desvio-padrão, os fatores com a maior exposição apresentaram também a maior volatilidade.

Tabela 1 Média e desvio-padrão dos coeficientes estimados dos fatores para os fundos de investimento multimercado

	Fatores					
	IRF-M 1	IRF-M 1+	IMA-B 5	IMA-B 5+	IBOVESPA	PTAX
Média	0.162814	-0.00857	0.107332	0.026088	-0.02625	0.041786
Desvio-padrão	0.641176	0.130884	0.195496	0.042576	0.050161	0.077822

FONTE: Elaboração própria.

⁷ Para mais detalhes a respeito dos índices usados como fatores de risco ver Apêndice.

3.3.3 Matriz de Correlação Condicional Dinâmica

Para estimar matrizes de covariância de larga dimensão variantes no tempo, usamos o modelo de Correlação Condicional Dinâmica (DCC), que constitui uma classe de modelos GARCH multivariados introduzida por Engle (2002), como uma simples generalização dos modelos de correlação condicional constante de Bollerslev (1990). Através do modelo DCC, a estimação da variância condicional multivariada pode ser simplificada em duas etapas: estimação da volatilidade e estimação da correlação. Na primeira etapa, estima-se as variâncias condicionais univariadas dos fatores utilizando uma especificação do tipo GJR-GARCH univariado, conforme descrito em (7). Os parâmetros dos modelos de volatilidade univariados são estimados por Quase-Máxima Verossimilhança, assumindo inovações gaussianas. Na segunda etapa, utilizam-se os fatores padronizados obtidos na primeira etapa para modelar as correlações condicionais que variam ao longo do tempo. Ao invés de estimarmos os parâmetros da parte de correlação, consideramos o Método de Máxima Verossimilhança Composta (CL), proposto por Engle et al (2008), que proporciona estimações dos parâmetros mais acuradas em comparação com o procedimento de duas etapas proposto por Engle e Sheppard (2001) e Sheppard (2003), especialmente em problemas de grande dimensão.

Assumindo que os retornos dos K fatores são condicionalmente normais multivariados, com valor esperado zero, para construir a matriz de covariância condicional dos retornos dos fundos consideramos uma especificação em que os pesos dos fatores são mantidos fixos ao longo do tempo. Desta forma, a matriz de covariância condicional dos retornos dos fundos, H_t , é dada por

$$H_t = \beta \Omega_t \beta' + \Xi_t, \quad (10)$$

onde Ω_t é uma matriz positiva definida de covariância condicional dos fatores, β é o estimador de mínimos quadrados do modelo de regressão (9) e Ξ_t é uma matriz diagonal de covariância dos resíduos do modelo de fatores (9), *i.e.*, $\Xi_t = \text{diag}(h_{1,t}, \dots, h_{N,t})$, onde *diag* é o operador que transforma o vetor $N \times 1$ em uma matriz diagonal $N \times N$ e $h_{i,t}$ é a variância condicional dos resíduos do modelo de fatores do i -ésimo fundo. A matriz H_t é positiva definida, pois os dois termos no lado direito da equação (10) são positivos, por definição, mesmo que tenhamos

valores negativos na matriz de covariâncias. Para modelar a matriz de covariância condicional dos fatores, Ω_t , utilizamos o modelo de correlação condicional dinâmica (DCC), dado pela equação (11) a seguir. A matriz Ω_t é obtida ajustando-se o modelo DCC às séries temporais de retornos dos fatores, assumindo-se inovações gaussianas e com os parâmetros sendo estimados através do Método de Verossimilhança Composta (CL). Especificamente, temos

$$\Omega_t = D_t R_t D_t, \quad (11)$$

onde $D_t = \text{diag}(h_{1,t}^{1/2}, \dots, h_{k,t}^{1/2})$, $h_{k,t}^{1/2}$ é o desvio padrão condicional do k -ésimo fator, e R_t é uma matriz simétrica positiva definida de correlações condicionais variantes no tempo, composta por elementos $\rho_{ij,t}$, onde $\rho_{ii,t} = 1$, $i, j = 1, \dots, K$. No modelo DCC, a correlação condicional $\rho_{ij,t}$ é dada por

$$\rho_{ij,t} = \frac{q_{ij,t}}{(q_{ii,t} q_{jj,t})^{1/2}}, \quad (12)$$

onde $q_{ij,t}$, $i, j = 1, \dots, K$, são oriundos de uma matriz Q_t , $K \times K$, a qual assumimos seguir uma dinâmica do tipo GJR-GARCH, dada por:

$$Q_t = (1 - \alpha - \beta) \bar{Q} + \alpha z_{t-1} z'_{t-1} + \beta Q_{t-1}, \quad (13)$$

onde $z_{f_t} = (z_{f_{1t}}, \dots, z_{f_{kt}})$, com os elementos $z_{f_{it}} = \frac{f_{it}}{\sqrt{h_{f_{it}}}}$ sendo os retornos dos fatores padronizados, \bar{Q} é a matriz de covariância incondicional $K \times K$ de z_t e α e β são parâmetros escalares que satisfazem a condição $\alpha + \beta < 1$. Esta última condição torna esse modelo um modelo de reversão à média, à medida em que assume que todas as mudanças nas covariâncias são transitórias, embora elas possam durar um tempo relativamente longo, se a soma de alfa e beta for próxima da unidade.

Considera-se o modelo univariado assimétrico GJR-GARCH de Glosten et al (1993) discutido na seção 2.3.1 como uma especificação alternativa para modelar a variância condicional dos fatores, $h_{f_{kt}}$, e a variância condicional dos resíduos, h_{it} . Além disso, é

empregada a formulação mais simples do modelo GJR-GARCH, onde a variância condicional depende somente de uma defasagem dos retornos passados e das variâncias condicionais passadas. A estimação dos parâmetros do modelo GJR-GARCH é por quase máxima verossimilhança assumindo resíduos gaussianos.

3 METODOLOGIA

3.1 DADOS E DETALHES DA IMPLEMENTAÇÃO

Para comparar as diferentes estratégias de alocação de portfólios com relação aos *benchmarks* será utilizado um conjunto de dados que compreende as observações diárias do índice Ibovespa e de 388 fundos de investimento multimercados brasileiros ao longo do período compreendido entre 02/01/2006 e 31/10/2011, perfazendo um total de 1.463 observações diárias. Os retornos serão calculados como diferença dos logaritmos do valor das cotas e a taxa livre de risco utilizada para calcular os excessos de retorno será o CDI diário. As séries de retornos dos fundos, do índice Ibovespa e do CDI foram obtidas através da consulta e extração das cotas diárias do sistema Economática⁸. O critério de seleção dos fundos foi:

- Ser classificado na CVM como Multimercado;
- Ter data do início da série de cotas anterior à 31/12/2005;
- O fundo deve estar ativo em 31/10/2011;
- Apresentar patrimônio líquido superior à R\$30 milhões em 31/10/2011.

Este último critério de seleção dos fundos foi definido com base na observação prática do mercado, para evitar a utilização de fundos muito pequenos que pudessem tornar a nossa análise tendenciosa.

Do universo de 11.377 fundos de investimentos cadastrados na Anbima em outubro de 2011, em torno de 6.185 estão classificados em categorias que permitem exposição a diversos fatores de risco e correspondem, portanto, aos fundos multimercados conforme a classificação da CVM⁹. Após a aplicação dos filtros acima descritos, restaram em torno de 550 fundos na base de dados da Economática. Para o cálculo da rentabilidade diária, no entanto, só foram utilizados os dados de 388 fundos devido à ausência de informação na série histórica de cotas para alguns dias úteis em diversos fundos e a retirada de quatro outliers.

Apesar de serem da mesma classificação CVM, os fundos selecionados podem apresentar características bastante distintas entre si. A Tabela 2 mostra alguns dados referente às principais características dos fundos da amostra, tais como: a cobrança de taxa de

⁸ Mais informações em <http://www.economica.com/pt/>.

⁹ Nesta base estão incluídos também os fundos classificados na Anbima como fundos de Previdência com exposição a diversos fatores de risco.

performance, tipo de fundo - exclusivo ou não, se permite alavancagem, aplicação em títulos de crédito privado, ou em ativos no exterior.

Tabela 2: Características dos Fundos. A tabela apresenta a estatística das principais características dos fundos usados no estudo, pela classificação Anbima. Uma descrição mais detalhada de cada categoria é a apresentada no Apêndice.

Classificação Anbima	Cobra Performance	Exclusivo	Alavancado	Crédito Privado	Investimento no Exterior
Balaceados	0	7	0	0	4
Long and Short - Direcional	4	0	4	0	3
Long and Short - Neutro	7	1	8	0	5
Multim Estrat Especifica	4	5	4	5	3
Multim Juros e Moedas	19	41	10	12	17
Multimecados Macro	10	19	19	3	18
Multim Multiestrategia	53	96	91	40	83
Multim Multigestor	3	43	47	19	35
Previdência Ações	0	0	0	0	1
Prev Balan 15 a 30	0	16	0	1	1
Prev Balan acima de 30	0	11	0	1	0
Prev Balan até 15	0	9	0	0	0
Prev Multimercados	0	5	0	5	0
Total	100	253	183	86	170
% do total do estudo	25,45	64,38	46,56	21,88	43,26

FONTE: Elaboração própria.

Tendo em vista os possíveis vieses na amostra, foram excluídos os fundos exclusivos¹⁰, pela impossibilidade de aplicação de recursos por diferentes investidores, e aqueles que não estiverem ativos por todo o período estudado. Também não foram incluídos os Fundos de Aplicação em Cotas para que, assim, fosse evitada a análise sobre o mesmo fundo mais de uma vez. Sobre esse aspecto, uma possível preocupação que surge diz respeito ao viés de sobrevivência, o qual se refere à tendência de fundos com desempenho fraco desaparecerem. O impacto sobre estudos que envolvem rentabilidade de fundos é óbvio: se somente fundos com bom desempenho são considerados na amostra, a rentabilidade tende a ser superestimada; ver Elton et al. (1996). Em nosso caso, como estamos interessados na otimização de carteiras, considerar apenas fundos sobreviventes na data de corte do estudo (no caso, outubro de 2011) não é determinante para a invalidação da abordagem proposta, pois não estamos interessados

¹⁰ Os fundos exclusivos são restritos a apenas a um conjunto pré-determinado de participantes que são definidos pela instituição administradora do fundo.

em extrair características dos retornos, como em um modelo de apreçamento de ativos, nem mesmo interessados em analisar a captação por parte dos fundos sobreviventes.

A metodologia adotada neste trabalho toma como base o trabalho de Santos&Moura (2012) e Santos&Tessari (2012), diferenciando-se destes pela base de dados utilizada, composta por fundos de investimento multimercados ao invés de ações. Com relação ao primeiro, optamos por manter os pesos dos fundos de investimento fixos na previsão fora da amostra das covariâncias.

3.2 MEDIDAS DE DESEMPENHO

Com o objetivo de fazer previsões das covariâncias um passo a frente, adotam-se duas abordagens alternativas: previsão dentro da amostra e previsão fora da amostra. A primeira considera toda a informação disponível na amostra para estimar o modelo e então analisa o poder preditivo em relação às observações dentro da própria amostra. Já a segunda abordagem, utiliza informações de uma parte da amostra para estimar o modelo e então realiza previsões para o restante das observações. Neste trabalho, as primeiras 1.000 observações são usadas para estimar os parâmetros de todos os modelos e para obter as previsões dentro da amostra, enquanto que as últimas 463 observações são usadas para obter previsões fora da amostra. Conforme destaca Santos (2011), estas previsões são não-adaptativas, à medida em que os parâmetros estimados dentro da amostra são mantidos fixos no período fora da amostra.

A performance dos portfólios ótimos é avaliada em termos da média do excesso do retorno ($\hat{\mu}$), do desvio-padrão ($\hat{\sigma}$), do Índice de Sharpe (IS) e do *turnover*. Seja R_{t+1} o vetor de retornos dos fundos e w_t o vetor de pesos, estas estatísticas são calculadas como segue:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^{T-1} w_t' R_{t+1}, \quad (14)$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^{T-1} (w_t' R_{t+1} - \hat{\mu})^2}, \quad (15)$$

$$IS = \frac{\hat{\mu}}{\hat{\sigma}}, \quad (16)$$

$$Turnover = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^{T-1} \sum_{j=1}^N (|w_{j,t+1} - w_{j,t}|), \quad (17)$$

onde $w_{j,t}$ é o peso da carteira no fundo j no tempo $t+1$, mas antes do rebalanceamento e $w_{j,t+1}$ é o peso desejado da carteira no fundo j no tempo $t+1$. O *turnover*, por ser uma medida da variabilidade dos pesos da carteira, pode indiretamente indicar a magnitude dos custos de transação associados a cada estratégia.

Tomando como base o trabalho de Santos&Moura (2012) e Santos&Tessari (2012), para testar a significância estatística das diferenças entre o desvio padrão e índice de Sharpe dos retornos das estratégias quantitativas *versus* o desvio padrão e índice de Sharpe do Índice de Renda Fixa do Mercado, IRF-M, conforme sugerido por DeMiguel et al. (2009), utilizamos o *bootstrap* estacionário de Politis e Romano (1994) com $B=1.000$ reamostragens e tamanho de bloco $b=5$. Os p-valores do teste serão obtidos usando a metodologia sugerida em Ledoit&Wolf (2008, Observação 3.2).

4 RESULTADOS

A Tabela 3 apresenta os resultados das técnicas de otimização de carteiras em termos de média de excesso de retorno, desvio-padrão, Índice de Sharpe (*IS*), *turnover* das carteiras e retorno acumulado em excesso ao CDI. Para efeitos de comparação de desempenho, utilizou-se como *benchmark* a carteira ingênua 1/N, e o Índice de Renda Fixa do Mercado, IRF-M. Para facilitar a interpretação dos resultados, os retornos, o desvio-padrão e o índice de Sharpe de cada estratégia reportados na Tabela 3 foram anualizados envolvendo diferentes frequências de rebalanceamento (diária, semanal e mensal).

Os resultados exibidos na Tabela 3 mostram que, em termos de retorno médio anualizado, enquanto as carteiras 1/N e de mercado (Ibovespa) apresentaram resultados negativos no período examinado, dentre as carteiras ótimas obtidas via técnicas de otimização, a de média-variância apresentou os maiores retornos médios, seguida pela carteira de mínima-variância. Nota-se que os retornos médios diminuem ao se alterar a frequência de rebalanceamento de diária para semanal, e de semanal para mensal. Desta forma, de modo geral, a carteira de média-variância obtida por meio da utilização de um modelo GARCH multivariado fatorial para a estimação da matriz de covariâncias apresentou o maior retorno médio dentre todas as carteiras, superando largamente a carteira de mínima-variância, que obteve o segundo melhor desempenho dentre as carteiras obtidas via técnicas de otimização.

Com relação ao desvio-padrão das diferentes carteiras, verificamos que o nível de risco não varia substancialmente quando alteramos a frequência de rebalanceamento das carteiras, apresentando uma queda moderada nas carteiras de média-variância. Em todos os casos, a carteira de média-variância apresentou um risco mais elevado em comparação com a carteira de mínima-variância, que apresenta o menor nível de volatilidade dentre todas as carteiras, seguida pela carteira igualmente ponderada. Vale observar, entretanto, que todas as carteiras de média-variância e de mínima-variância apresentaram um nível de risco menor do que o IRF-M, usado como *benchmark*.

Quando comparamos o desempenho ajustado ao risco, dado pelo Índice de Sharpe (*IS*), os resultados mostram que a carteira de mínima-variância apresenta, em todas as frequências de rebalanceamento alternativas utilizadas, resultados melhores do que as carteiras de média-variância. Observa-se também que o índice de Sharpe diminui à medida em que a frequência de rebalanceamento se torna menor. As carteiras ótimas de mínima-variância e de média-

variância obtidas por meio do rebalanceamento diário dos pesos apresentaram o maior índice de Sharpe dentre todas as frequências alternativas utilizadas, 19,43 e 16,17, respectivamente.

Tabela 3 Desempenho fora da amostra (retorno médio, desvio-padrão dos retornos, Índice de Sharpe, *turnover* da carteira, retorno acumulado bruto e retorno acumulado em excesso ao CDI) para diferentes estratégias de otimização utilizando uma matriz de covariância obtida com um modelo GARCH multivariado fatorial dinâmico. O asterisco indica que o coeficiente da estratégia é estatisticamente diferente ao obtido pelo IRF-M. 1/N indica a carteira ingênua igualmente ponderada. Retornos, desvio-padrão e o índice de Sharpe de cada estratégia foram anualizados.

	Média- Variância	Mínima- Variância	1/N	Ibovespa	IRF-M
<i>Rebalanceamento diário</i>					
Retorno médio (%)	25,25	0,43	-1,12	-16,30	3,71
Desvio-padrão (%)	1,56	0,02*	0,31	22,97	1,77
Índice de Sharpe	16,17*	19,43*	-3,65	-0,71	2,10
<i>Turnover</i>	0,50	0,15	0,00		
Retorno acumulado bruto (%)	91,13	21,33	17,93	-14,94	28,82
Excesso de retorno acumulado (%)	58,80	0,78	-2,04	-29,36	7,01
<i>Rebalanceamento semanal</i>					
Retorno médio (%)	21,91	0,42	-1,12	-16,30	3,71
Desvio-padrão (%)	1,49	0,02*	0,31	22,97	1,77
Índice de Sharpe	14,66*	18,74*	-3,65	-0,71	2,10
<i>Turnover</i>	0,23	0,07	0,00		
Retorno acumulado bruto (%)	79,79	21,31	17,93	-14,94	28,82
Excesso de retorno acumulado (%)	49,37	0,77	-2,04	-29,36	7,01
<i>Rebalanceamento mensal</i>					
Retorno médio (%)	14,22	0,37	-1,12	-16,30	3,71
Desvio-padrão (%)	1,40	0,02*	0,31	22,97	1,77
Índice de Sharpe	10,17*	16,00*	-3,65	-0,71	2,10
<i>Turnover</i>	0,09	0,02	0,00		
Retorno acumulado bruto (%)	56,18	21,21	17,93	-14,94	28,82
Excesso de retorno acumulado (%)	29,75	0,68	-2,04	-29,36	7,01

FONTE: Elaboração própria.

Com o intuito de avaliar se o desempenho com relação ao risco das carteiras de média-variância e de mínima-variância, dado pelo Índice de Sharpe, foi estatisticamente diferente do desempenho observado do IRF-M, aplicou-se um teste estatístico de diferenças entre os IS discutido na Seção 3.2, considerando-se um nível de significância de 10%. Tal procedimento também foi aplicado para o desvio-padrão dos retornos de cada ativo. Os resultados obtidos indicam que o IS da carteira de média-variância e da carteira de mínima-variância foi estatisticamente diferente (maior) que o IS do IRF-M em todas as frequências de

rebalanceamento utilizadas. Com relação ao desvio-padrão, os testes estatísticos mostraram que a volatilidade das carteiras de mínima-variância é estatisticamente diferente (menor) do que a volatilidade do IRF-M. No entanto, a volatilidade das carteiras de média-variância revelou-se estatisticamente igual à volatilidade do IRF-M. Tais resultados estão indicados na Tabela 3 por meio de um asterisco.

Em termos de *turnover* da carteira, como era de se esperar, observa-se uma diminuição do *turnover* à medida em que a frequência de rebalanceamento se torna menor, bem como o menor valor observado entre todas as estratégias de alocação de carteiras foi obtido com a carteira ingênua 1/N. Vale observar que o melhor desempenho dentre as carteiras ótimas foi alcançado pela carteira de mínima-variância.

Quando comparamos os retornos acumulados em excesso ao CDI de cada estratégia verificamos que, para a frequência de rebalanceamento diária, a carteira de média-variância apresenta o maior retorno acumulado em relação ao ativo livre de risco (58,8%), seguida pela carteira de mínima-variância (0,78%). Resultado análogo é encontrado ao se considerar as demais frequências de rebalanceamento. Observa-se também que o excesso de retorno acumulado em relação ao CDI diminui à medida em que a frequência de rebalanceamento se torna menor. Vale observar, entretanto, que todas as carteiras ótimas obtidas por meio de técnicas quantitativas de otimização apresentaram um excesso de retorno acumulado substancialmente superior ao índice Ibovespa, o qual apresentou um resultado negativo no período considerado. Quando comparadas com o IRF-M, usado como *benchmark*, pode-se constatar que a carteira de média-variância apresenta um desempenho superior ao IRF-M em todas as frequências de rebalanceamento empregadas.

Para ilustrar ainda mais os resultados, nas Figuras 1, 2 e 3 os gráficos apresentam o desempenho fora da amostra em termos de retornos acumulados em excesso ao CDI das carteiras obtidas por meio do uso de um modelo GARCH multivariado fatorial dinâmico para a estimação das matrizes de covariâncias. São consideradas as carteiras obtidas com frequência de rebalanceamento diária, semanal e mensal para o período compreendido entre janeiro de 2010 e outubro de 2011, com restrição de venda a descoberto.

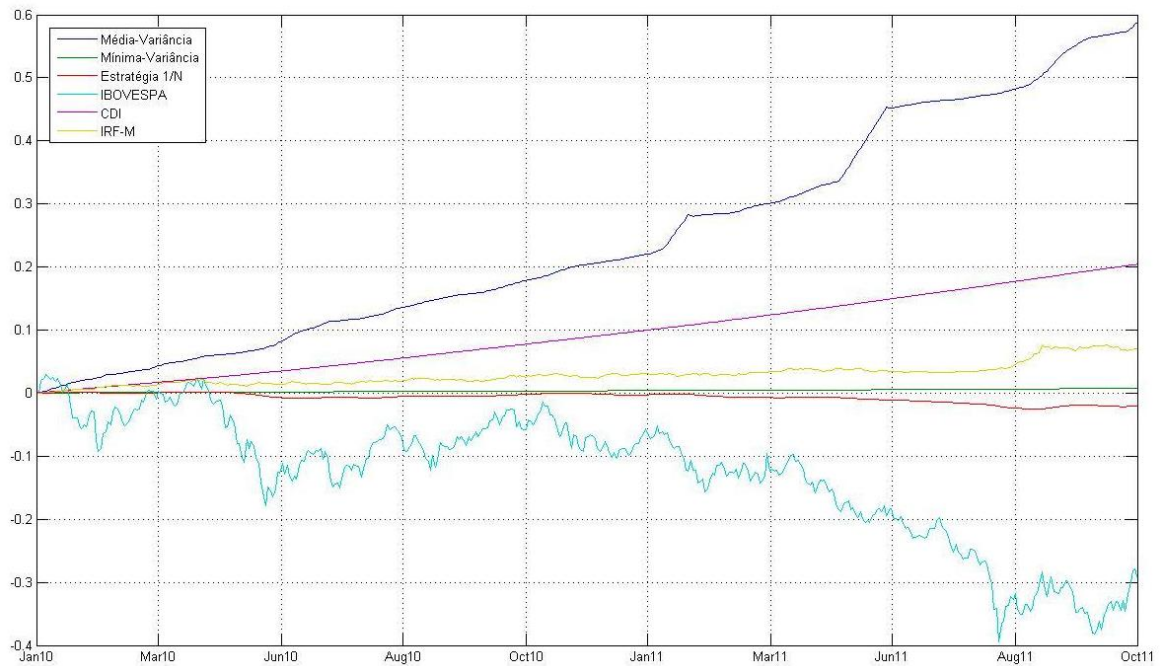


Figura 1 Retornos acumulados em excesso ao CDI utilizando frequência de rebalanceamento diária para os pesos das carteiras obtidas por meio das estratégias de otimização por média-variância e mínima-variância empregando um modelo GARCH multivariado fatorial para a estimação da matriz de covariância, e os excessos de retorno da estratégia 1/N, do CDI, do Ibovespa e do IRF-M para o mesmo período.

FONTE: Elaboração própria.

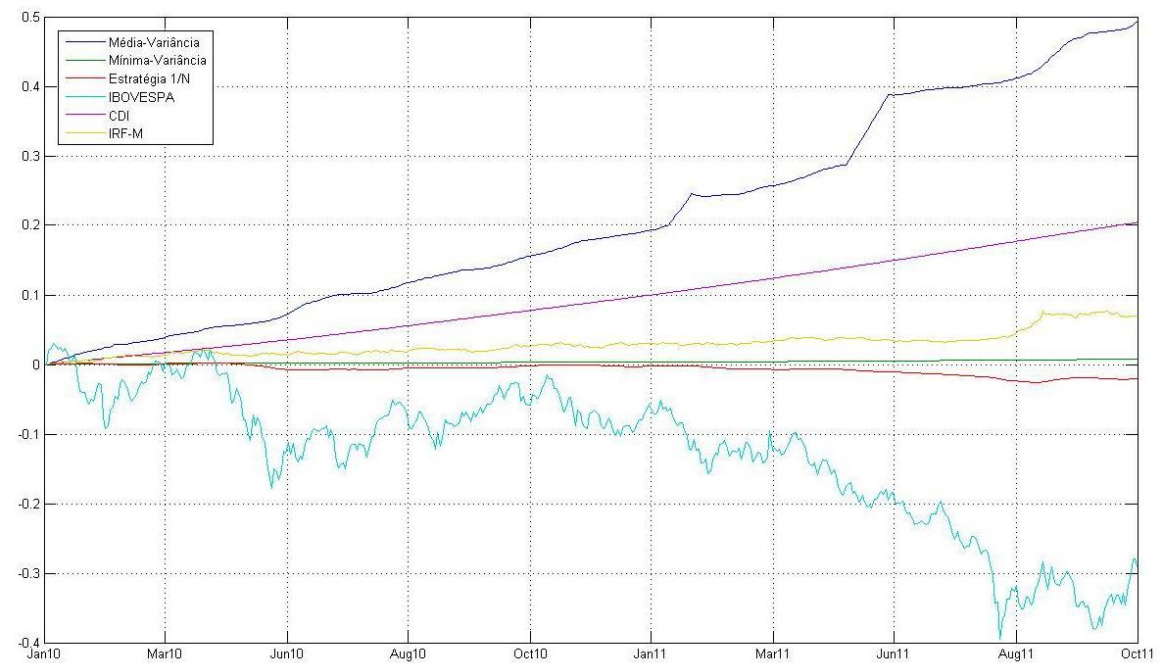


Figura 2 Retornos acumulados em excesso ao CDI utilizando frequência de rebalanceamento semanal para os pesos das carteiras obtidas por meio das estratégias de otimização por média-variância e mínima-variância empregando um modelo GARCH multivariado fatorial para a estimação da matriz de covariância, e os excessos de retorno da estratégia 1/N, do CDI, do Ibovespa e do IRF-M para o mesmo período.

FONTE: Elaboração própria.

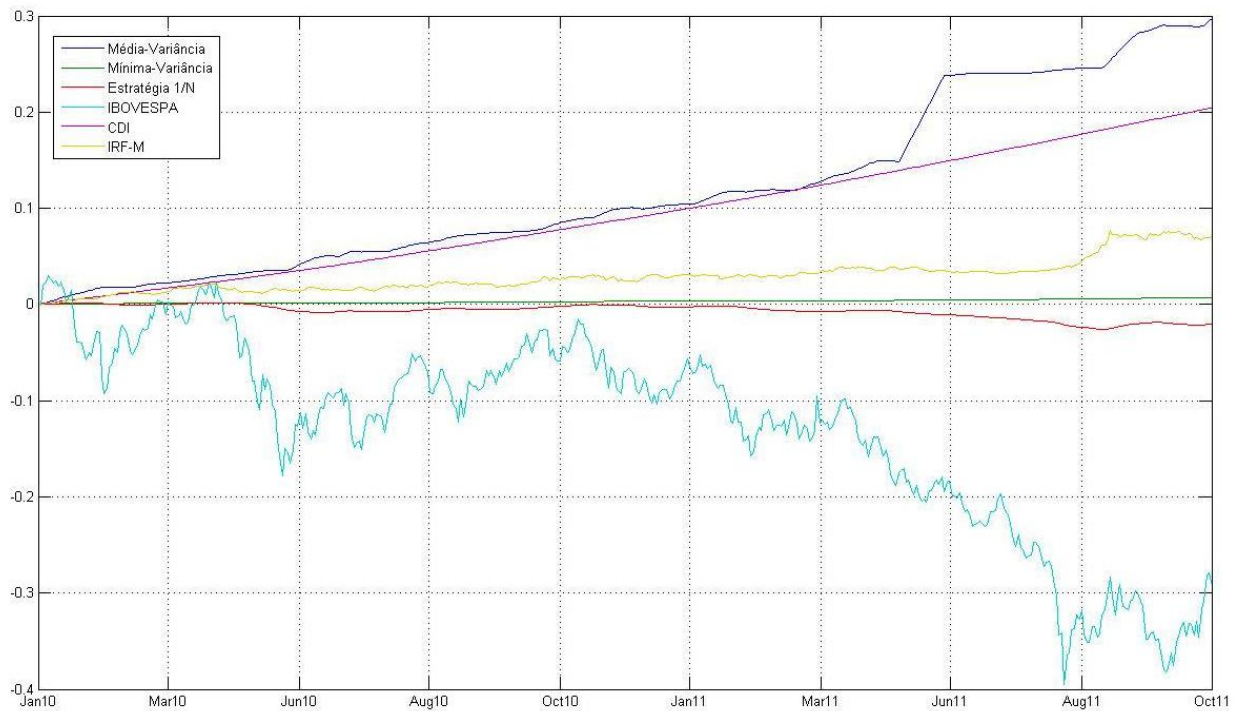


Figura 3 Retornos acumulados em excesso ao CDI utilizando frequência de rebalanceamento mensal para os pesos das carteiras obtidas por meio das estratégias de otimização por média-variância e mínima-variância empregando um modelo GARCH multivariado fatorial para a estimação da matriz de covariância, e os excessos de retorno da estratégia 1/N, do CDI, do Ibovespa e do IRF-M para o mesmo período.

FONTE: Elaboração própria.

Como se pode observar, as carteiras ótimas obtidas via técnicas de otimização (média-variância e mínima-variância) apresentaram um desempenho substancialmente superior ao índice Ibovespa, o qual apresentou um resultado negativo no período considerado. Observa-se também que a carteira de média-variância obteve um desempenho superior à carteira de mínima-variância em todas as frequências de rebalanceamento alternativas consideradas.

Para comparar a estabilidade das diferentes estratégias consideradas, são apresentados nas figuras 5, 6 e 7 os gráficos com os pesos das carteiras variantes no tempo para o período fora da amostra. Novamente, utilizam-se os pesos das carteiras de média-variância e de mínima-variância considerando as frequências de rebalanceamento diária, semanal e mensal.

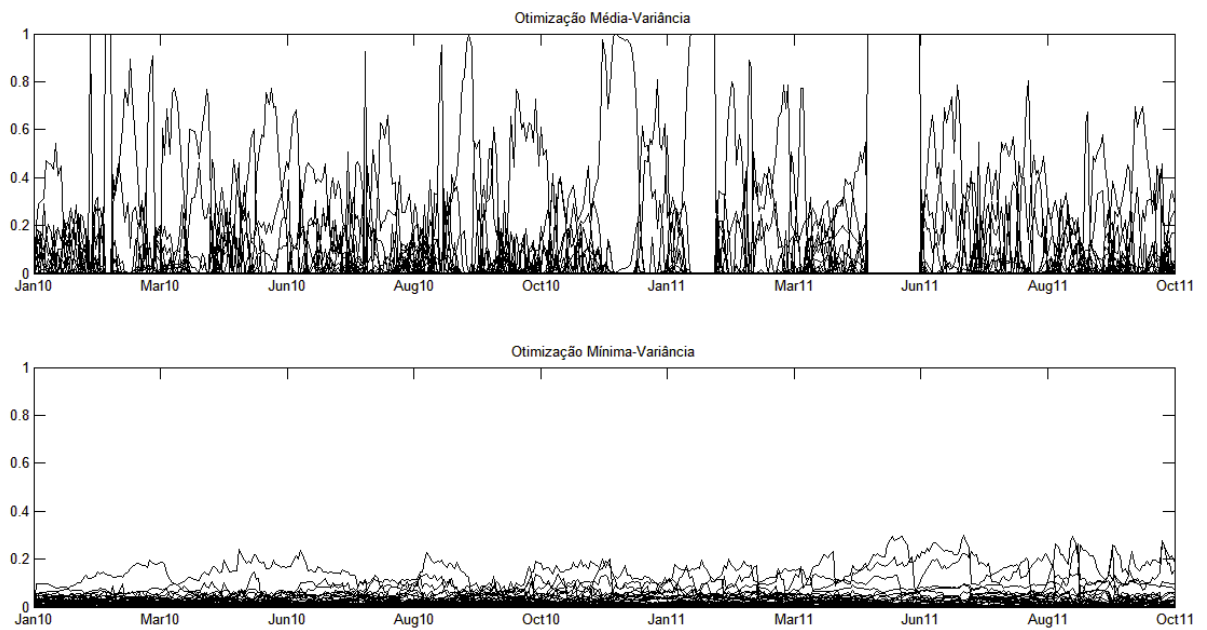


Figura 4 Pesos dos ativos da carteira variando ao longo do tempo para os modelos de otimização por média-variância e mínima-variância empregando um modelo GARCH multivariado fatorial para estimação da matriz de covariância considerando a frequência de rebalanceamento diária.

FONTE: Elaboração própria.

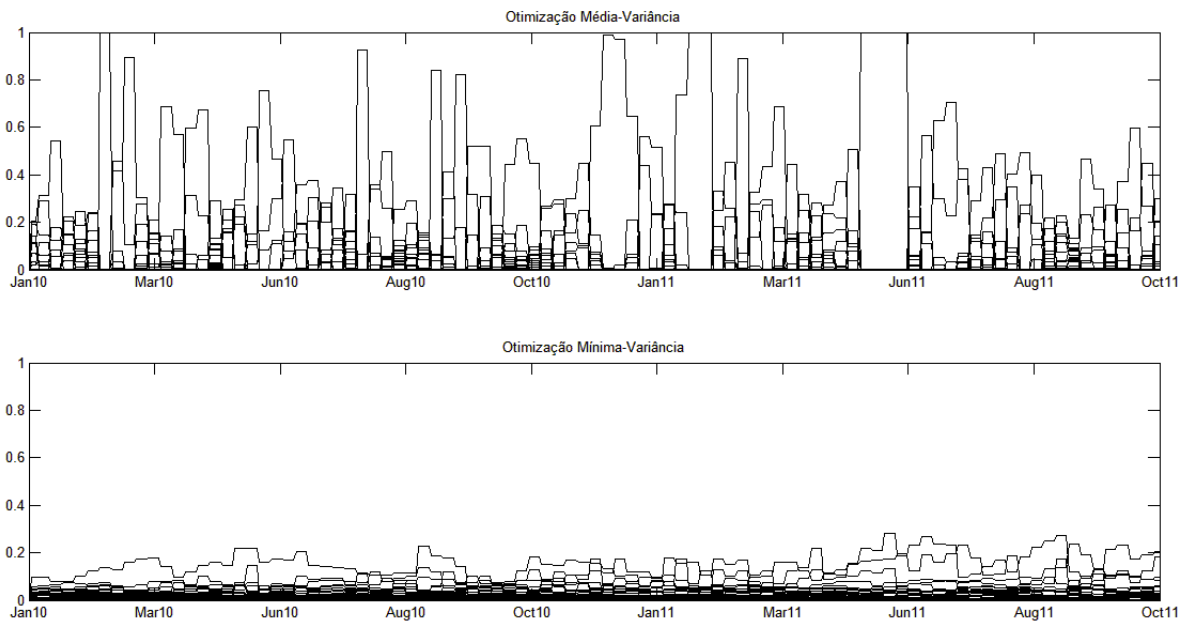


Figura 5 Pesos dos ativos da carteira variando ao longo do tempo para os modelos de otimização por média-variância e mínima-variância empregando um modelo GARCH multivariado fatorial para estimação da matriz de covariância considerando a frequência de rebalanceamento semanal.

FONTE: Elaboração própria.

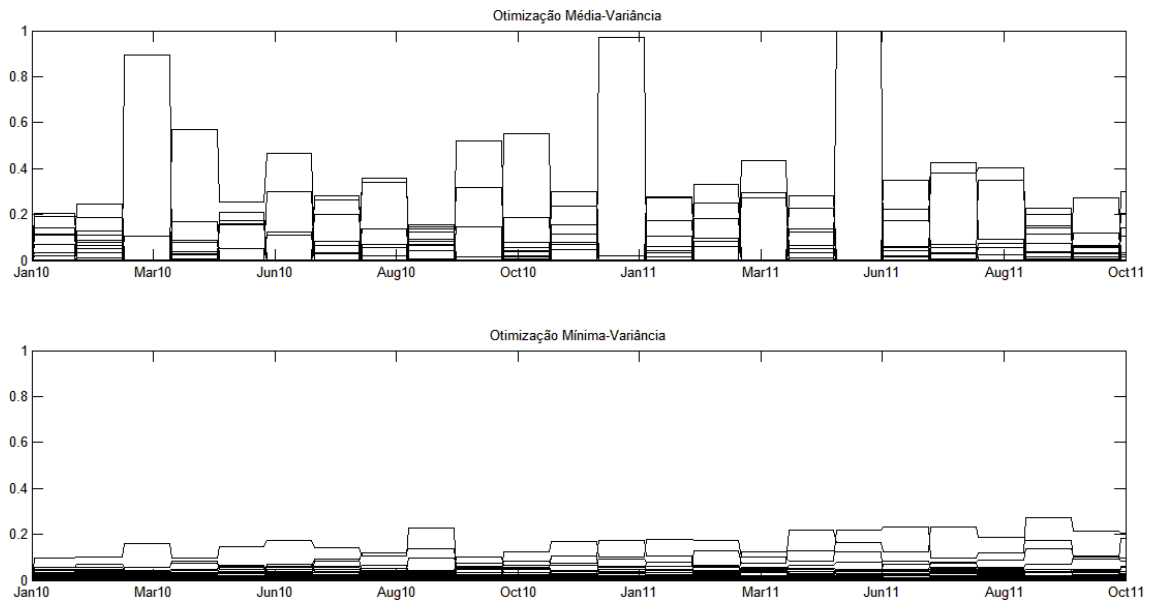


Figura 6 Pesos dos ativos da carteira variando ao longo do tempo para os modelos de otimização por média-variância e mínima-variância empregando um modelo GARCH multivariado fatorial para estimação da matriz de covariância considerando a frequência de rebalanceamento mensal.

FONTE: Elaboração própria.

As figuras acima mostram as variações dos pesos dos ativos em carteira ao longo do tempo para as diferentes estratégias de otimização, considerando-se a estimação das matrizes de covariância com um modelo GARCH multivariado fatorial dinâmico. Nota-se claramente que a carteira de mínima-variância apresenta pesos mais estáveis ao longo do tempo em comparação com a carteira de média-variância. Tal resultado corrobora com o fato destas últimas possuírem o maior *turnover* dentre todas as estratégias.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, avaliamos o desempenho de técnicas quantitativas de otimização de carteiras obtidas por meio da combinação de fundos de investimento multimercados brasileiros, considerado distintas frequências de rebalanceamento das carteiras. Os resultados obtidos mostram que a adoção de estimadores mais sofisticados para a matriz de covariâncias, como os modelos multivariados do tipo GARCH ou volatilidade estocástica que, ao contrário do estimador de covariâncias amostral, conseguem capturar a mudança temporal na volatilidade dos ativos, é capaz de gerar carteiras otimizadas com um desempenho ajustado ao risco consistentemente superior ao obtido com a abordagem tradicional baseada em uma matriz de covariâncias amostral e também superior aos *benchmarks* considerados (índice Ibovespa, IRF-M e portfólio ingênuo igualmente ponderado).

Especificamente, os resultados mostram que a redução da frequência de rebalanceamento não levou a um melhor desempenho ajustado ao risco em termos de Índice de Sharpe. O melhor desempenho geral em termos de retorno médio e excesso de retorno em relação ao ativo livre de risco foi alcançado com as carteiras de média-variância, seguidas pelas carteiras de mínima-variância. As carteiras de mínima-variância apresentaram o melhor desempenho fora da amostra em todas as distintas frequências de rebalanceamento empregadas em termos de menor volatilidade, maior índice de Sharpe, o qual mede o desempenho ajustado ao risco, e menor *turnover*.

Finalmente, com relação ao desempenho do *benchmark*, dado pelo índice de renda fixa do mercado, IRF-M, verifica-se que seu desempenho é largamente superado pelas carteiras de média-variância, tanto em termos de retorno médio em excesso ao CDI, quanto em termos de desempenho ajustado ao risco. As carteiras de mínima-variância, apesar de apresentarem um retorno médio menor do que o IRF-M, apresentam um desempenho ajustado ao risco superior a este *benchmark*. Tal resultado positivo é encontrado para todas as frequências de rebalanceamento alternativas empregadas.

REFERÊNCIAS

- ADRIAN, T.; FRANZONI, F. Learning about beta: time-varying factor loadings, expected returns, and the conditional CAPM. **Journal of Empirical Finance**, v.16, n.4, p.537-556.
- ALVES JÚNIOR, A. J. Fundos mútuos de investimento no brasil: a expansão da indústria nos anos 1990 e perspectivas para o futuro. Convênio Cepal/Ipea. **LC/BRS/R.143**, 2003.
- ANBIMA. **Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais**. Disponível em: <<http://portal.anbima.com.br/Pages/home.aspx>>. Acesso em: 10 mai. 2012.
- ANG, A.; CHEN, J. CAPM over the long run: 1926-2001. **Journal of Empirical Finance**, v.14, n.1, p.1-40, 2007.
- BEST, M. J.; GRAUER, R. R. On the sensitivity of mean-variance-efficient portfolios to changes in asset means: some analytical and computational results. **The Review of Financial Studies**, v.4, p.315-42, 1991.
- BEST, M. J.; GRAUER, R. R. Positively weighted minimum-variance portfolios and the structure of asset expected returns. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v.27, p.513-37, 1992.
- BLACK, F. Studies on stock price volatility changes. In: **Anais do Encontro da American Statistical Association, Business and Economical Statistics Section**. Anais... Alexandria: American Statistical Association, 1976. p.177-181.
- BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, v.31, n.3, p.307-327, 1986.
- BOLLERSLEV, T. Modeling the coherence in short-term nominal exchange rates: A multivariate generalized ARCH approach. **Review of Economics and Statistics**, v.72, p.498-505, 1990.
- BOYD, S.; VANDERBERGHE, L. **Convex optimization**. New York: Cambridge University Press, 2004. Disponível em: <http://www.stanford.edu/~boyd/cvxbook/bv_cvxbook.pdf>. Acesso em: 24 jun. 2012.
- BRANDT, M. W. (2010). Portfolio choice problems, In: AIT-SAHALIA, Y.; HANSEN, L. P. (eds.), **Handbook of Financial Econometrics**. Volume 1: Tools and Techniques. North Holland, 2010, p. 269-336.
- CAMPBELL, J.; LO, A. H.; MCKINLAY, C. **The econometrics of financial markets**. Princeton: Princeton University Press, 1997.
- CERETTA, P. S.; COSTA JR., N. C. A. da. Avaliação e seleção de fundos de investimento: um enfoque sobre múltiplos atributos. **Revista Administração Contemporânea**, v.5, n.1. p.7-22, 2001.

CHAN, L. K. C.; KARCESKI, J.; LAKONISHOK, J. On portfolio optimization: forecasting covariances and choosing the risk model. **Review of Financial Studies**, v.12, n.5, p.937-974, 1999.

CVM. **Comissão de Valores Mobiliários**. Disponível em: < <http://www.cvm.gov.br/>>. Acesso em: 24 jun. 2012.

DEMIGUEL, V. et al. A generalized approach to portfolio optimization: improving performance by constraining portfolio norms. **Management Science**, v.55, n.5, p.798-812, 2009.

DEMIGUEL, V.; GARLAPPI, L.; UPPAL, R. Optimal versus naive diversification: how inefficient is the 1/N portfolio strategy? **Review of Financial Studies**, v.22, n.5, p.1915-1953, 2009.

DEMIGUEL, V.; NOGALES, F. J. Portfolio selection with robust estimation. **Operations Research**, v.57, n.3, p.560-577, 2009.

ELTON, E. J.; GRUBER, M. J.; BLAKE, Christopher R. Survivorship bias and mutual fund performance. **The Review of Financial Studies**, Oxford, v.9, n. 4, p.1097- 1120, 1996.

ENGLE, R. Dynamic conditional correlation: a simple class of multivariate generalized autoregressive conditional heteroskedasticity models. **Journal of Business & Economic Statistics**, v.20, n.3, p.339-350, 2002.

ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation. **Econometrica**, v.50, n.4, p.987-1007, 1982.

ENGLE, R.; SHEPPARD, K. Theoretical and empirical properties of dynamic conditional correlation multivariate GARCH. **NBER Working Paper**, n.W8554, 2001.

ENGLE, R. F; SHEPHARD, N.; SHEPPARD, K. Fitting vast dimensional time-varying covariance models. Department of Economics, University of Oxford, **Discussion Paper Series**, n.403, 2008.

FONSECA, N. F. et al. Análise do desempenho recente de fundos de investimento no brasil. **Contabilidade Vista & Revista**, v.18, n.1, p.95-116, 2007.

GRANT, M. C.; BOYD, S. P. **CVX**: Matlab software for disciplined convex programming (web page and software). Disponível em: <http://cvxr.com/>. Acesso em: 10 mai. 2012.

GLOSTEN, L.; JAGANNATHAN, R.; RUNKLE, D. On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. **Journal of Finance**, v.48, p.1779–1801, 1993.

JAGANNATHAN, R.; MA, T. Risk reduction in large portfolios: why imposing the wrong constraints helps. **Journal of Finance**, v.58, n.4, p.1651-1684, 2003.

JOSTOVA, G.; PHILIPPOV, A. Bayesian analysis of stochastic betas. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v.40, n.4, p.747, 2005.

LEDOIT, O.; WOLF, M. Robust performance hypothesis testing with the Sharpe ratio. **Journal of Empirical Finance**, v.15, p.850-859, 2008.

_____. Honey, I shrunk the sample covariance matrix. **Journal of Portfolio Management**, v.30, p.110-119, 2004.

_____. A well-conditioned estimator for large-dimensional covariance matrices. **Journal of Multivariate Analysis**, v.88, p.365-411, 2004.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. **Journal of Finance**, v.7, p.77-91, 1952.

PATTARIN, F.; MINERVA, T. Clustering financial time series: an application to mutual fund style analysis. **Computational Statistics & Data Analysis**, v.47, p. 353-372, 2004.

POLITIS, D. N.; ROMANO, J. P. The stationary bootstrap. **Journal of the American Statistical Association**, v.89, n.428, p.1303-1313, 1994.

ROUWENHORST, K.G. The origins of mutual funds. International center for finance. Yale School of Management. **Working Paper**, n. 04-48, dez./2004.

SANTOS, A. A. P. The out-of-sample performance of robust portfolio optimization. **Revista Brasileira de Finanças**, 8, 141-166, 2010.

SANTOS, A. A. P.; MOURA, G. V. Dynamic factor multivariate GARCH model. **Computational Statistics & Data Analysis**, 2012, no prelo.

SANTOS, A. A. P.; TESSARI, C. Técnicas quantitativas de otimização de carteiras aplicadas ao mercado de ações brasileiro. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 10, n. 3, p. 369-393, 2012.

SHEPPARD, K. Multi-step estimation of multivariate GARCH models. In: **Anais do Simpósio Internacional ICSC em Advanced Computing in Financial Markets**, 2003. Disponível em: <<http://www.kevinsheppard.com/images/2/29/ACFM2001.pdf>>. Acesso em: 27 jun. 2012.

TSAY, R. S. **Analysis of financial time series**. 3 ed. New Jersey: Wiley-Interscience, 2010.

VARGA, G. Índice de Sharpe e outros indicadores de performance aplicados a fundos de ações brasileiros. **Revista Administração Contemporânea**, v.5, n.3, p.215-245, 2001.

APÊNDICE

Índices de Mercado - Fatores de Risco

Em relação aos fatores de risco considerados, em um primeiro momento, o presente estudo identificou os principais riscos aos quais as classes de ativos do mercado brasileiro estão expostas, sendo eles, resumidamente: a curva de juros prefixada; o mercado de ações; a curva de cupom de inflação; a curva de cupom de moeda, além do fator livre de risco. Em um segundo momento, buscou identificar no mercado brasileiro os fatores mais aceitos e difundidos que pudessem representar as classes de ativos expostas a estes riscos. Como já mencionado por diversos autores, esta não é uma tarefa fácil. Dessa forma, são apresentados a seguir os índices mais representativos dos investimentos no Brasil:

- a) IRF-M 1 e IRF-M 1+: para o risco da curva de juros prefixada;
- b) IBOVESPA: para o risco do mercado de ações;
- c) IMA-B 5 e IMA-B 5+: para o risco de inflação;
- d) Dólar – PTAX: para risco de taxa de câmbio;
- e) CDI: para o fator livre de risco.

No caso da classe de ativos exposta ao mercado de ações, o IBOVESPA¹¹ é um índice bastante abrangente além de ser o mais utilizado no mercado financeiro, portanto considera-se que é suficiente para representar essa classe de ativos. O CDI¹² como fator livre de risco também já é amplamente aceito, além de ser utilizado como o benchmark oficial da indústria de fundos de renda fixa no Brasil.

No caso da classe de ativos exposta à variação cambial, o Dólar é a moeda estrangeira mais negociada no mercado à vista e também a com a maior liquidez no mercado futuro da BM&F. Por esta razão, reflete bem a maior parte das estratégias envolvendo moedas

¹¹ Índice da Bolsa de Valores de São Paulo. O Índice Bovespa é o mais importante indicador do desempenho médio das cotações do mercado de ações brasileiro. Sua relevância advém do fato do Ibovespa retratar o comportamento dos principais papéis negociados na BM&FBOVESPA e também de sua tradição, pois o índice manteve a integridade de sua série histórica e não sofreu modificações metodológicas desde sua implementação em 1968. (CVM, 2012)

¹² Certificado de Depósito Interbancário. O CDI é um instrumento financeiro que possibilita a troca de recursos entre instituições financeiras. Diariamente, a Cetip divulga a Taxa DI Over, que é uma média calculada com base nas operações do mercado interbancário prefixadas e pactuadas por um dia útil. (CVM, 2012).

estrangeiras nos fundos multimercados. Para representar a variação deste fator de risco, escolhemos o taxa PTAX¹³.

Para o mercado de renda fixa, a divulgação de índices é recente, e vem se aprimorando nos últimos anos com a divulgação do Índice de Mercado ANBIMA (IMA)¹⁴. Com o objetivo de atender às necessidades dos diversos tipos de investidores, o IMA envolve uma família de sub-índices que representa a evolução, a preços de mercado, dos títulos públicos de acordo com seus indexadores (ANBIMA, 2011). Abaixo segue os sub-índices desenvolvidos e apresentados pelo IMA:

- a) Títulos prefixados (NTN-F e LTN) são representados pelo IRF-M;
- b) Títulos indexados ao IPCA (NTN-B) representados pelo IMA-B;
- c) Títulos indexados ao IGPM (NTN-C) pelo IMA-C;
- d) Títulos pós-fixados (LFT) pelo IMA-S;

A utilização destes índices como referência (benchmark) para a indústria de fundos de renda fixa no Brasil vem crescendo significativamente, sendo a utilização de tais índices cada vez mais difundida entre os participantes do mercado. Assim, para representar o risco da curva de juros prefixada foi utilizado o IRF-M, e para representar a curva de cupom de inflação o IMA-B. Quanto ao IMA-C, a dívida atrelada ao IGP-M vem perdendo relevância, devido à baixa liquidez observada neste segmento, e o IMA-S é um índice muito próximo ao CDI, e portando nenhum dos dois índices foi inserido no estudo.

Ainda em relação ao IRF-M e ao IMA-B, existem mais dois sub-índices divulgados pela ANBIMA, que são calculados com base nos prazos de vencimento dos seus componentes;

- a) IRF-M 1: contém os títulos com prazo inferior a um ano;
- b) IRF-M 1+: contém os títulos com prazo igual ou superior a um ano;
- c) IMA-B 5: contém os títulos com prazo inferior a cinco anos;
- d) IMA-B 5+: contém os títulos com prazo igual ou superior a cinco anos;

A definição dos prazos de cada índice foi realizada pelo fórum responsável pelo desenvolvimento da metodologia e acompanhamento dos índices, o qual defende que o prazo de até cinco anos concentra os vencimentos mais líquidos no caso do IMA-B, no caso do IRF-M, o prazo de um ano foi escolhido porque a carteira dos títulos prefixados no Brasil possui um perfil maturidade menor (ANBIMA, 2011).

¹³ PTAX é taxa de câmbio média do dia apurada com base nas operações realizadas no mercado interbancário e divulgada diariamente pelo Banco Central, sendo a taxa de referência do Dólar no mercado financeiro.